

Um modelo matemático para o desemprego: controlo ótimo com dados reais de Portugal

Resumo

Dada a difícil realidade do mercado de trabalho em Portugal, e falta de fundamento empírico acerca das populares medidas de controlo de desemprego, propomos um modelo matemático simples de Controlo Ótimo, direccionado para o mercado do desemprego, efectuando a comparação com estudos anteriores. Apesar da simplicidade inerente ao modelo proposto, mostramos que ele é mais realista e útil do que os disponíveis na literatura. Um estudo de caso, com dados reais de Portugal de 2004 a 2016, suporta a nossa afirmação.

Modelos disponíveis

Misra and Singh (2011)

"A mathematical model for unemployment"

- Modelo de equações diferenciais de um Mercado genérico de emprego;
- Análise através da teoria de estabilidade de equações diferenciais e simulação numérica;
- As conclusões retratam que, se nada for feito, o desemprego pode aumentar desenfreadamente e ser muito difícil de controlar no futuro.

Misra and Singh (2013)

"A delay mathematical model for unemployment"

- Equilíbrio estável na ausência de "delay";
- O nível de desemprego é controlado se o número de novas vagas criadas corresponder ao número de novos desempregados.

Munoli and Gani (2016)

"Optimal control analysis of a mathematical model for unemployment"

- Introdução da componente de controlo ótimo;
- Baseado em Misra e Singh (2011,2013).
- Controlo 1 – Capacidade do estado fornecer emprego a pessoas desempregadas;
- Controlo 2 – Capacidade do estado criar novas vagas de emprego.
- Simulação genérica com vista a comprovar a efetividade dos controlos seleccionados.

Objetivos

- Apresentação do problema de desemprego em Portugal e revisão da literatura (Mercado do desemprego e controlo ótimo).
- Validação de um novo modelo e simulação numérica com recurso a MatLab e ACADO toolkit.
- Não existe (ou não foi encontrado) nenhum trabalho que tenha procurado responder empiricamente à questão da efectividade das medidas de apoio à contratação. Neste trabalho, pretendemos responder peremptoriamente à questão: "O fornecimento de estágios profissionais é uma boa ferramenta de combate ao desemprego?".
- Conclusões não triviais e sugestão alternativa de utilização dos métodos de combate ao desemprego.

Métodos e modelo proposto

A metodologia utilizada remonta à teoria do Controlo Ótimo (CO), que pode ser encarada como uma extensão do Cálculo das Variações. Na verdade, o CO é frequentemente aplicado a problemas para os quais o Cálculo das Variações simplesmente não é adequado, como aqueles que envolvem restrições sobre as derivadas das funções do problema. Nos problemas de CO, as variáveis são divididas em duas classes: as variáveis de estado e as variáveis de controlo. A dinâmica destas variáveis de estado é descrita por equações diferenciais; os controlos, por sua vez, são funções que interagem simultaneamente de modo direto na função objetivo e de modo indireto via variáveis de estado. O CO apresenta-se como uma ferramenta muito útil para problemas de otimização, numa miríade de áreas científicas. Na prática, as aplicações do CO abrangem todos os problemas de otimização que contêm variáveis que exibem certas dinâmicas (descritas por equações diferenciais) durante um período de tempo (determinado ou não) e apresentam um ou mais comandos (controlos) que podem ser alterados para maximizar ou minimizar uma dada funcional.

Parâmetro	Valor Base	Denominação	Referência
Λ	90000	Novos desempregados	Assumido
k	0.000009	Taxa de obtenção de emprego	Misra e Singh (2013)
α_1	0.04	Taxa de migração e morte	Misra e Singh (2013)
α_2	0.05	Taxa de reforma e morte	Misra e Singh (2013)
γ	0.001	Taxa de despedimentos	Munoli e Gani (2016)
ω	90000	Taxa de criação de empregos	Assumido
δ	0.05	Taxa de destruição de emprego	Munoli e Gani (2016)
ρ	0.7161	Taxa de valorização da mão de obra	Correlação calculada

$$\begin{cases} \frac{dU(t)}{dt} = \Lambda - \kappa U(t)V(t)(1 + u_2(t)) - \alpha_1 U(t) + \gamma E(t) - u_1(t), \\ \frac{dE(t)}{dt} = \omega + \kappa U(t)V(t)(1 + u_2(t)) - \alpha_2 E(t) - \gamma E(t) - \delta E(t) + \rho U(t) + u_1(t). \end{cases}$$

u1: Controlo referente ao número de estágios oferecidos pelo Estado.

u2: Controlo referente a outros incentivos indirectos.

Problema de Controlo Ótimo

Função objetivo (problema de minimização) com $A = 20$; $B = 1$; $C = 40000$

$$J[U(\cdot), u_1(\cdot), u_2(\cdot)] = \int_0^{150} [A(U(t) - U(0)) + Bu_1(t) + Cu_2(t)] dt \rightarrow \min$$

Com a seguinte restrição nos controlos:

$$-40000 \leq u_1(t) \leq 40000, \quad 0 \leq u_2(t) \leq 1, \quad t \in [0, 150],$$

Restrições de estado:

$$\frac{U(t)}{E(t)} \leq 0.13, \quad t \in [0, 150].$$

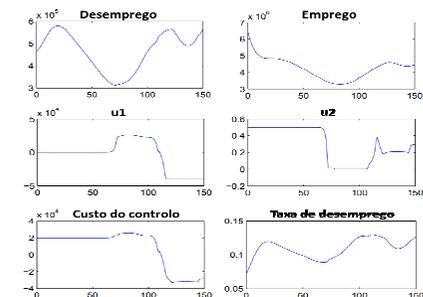
E por fim as condições iniciais e finais do problema:

$$U(0) = 464450, \quad E(0) = 6450694,$$

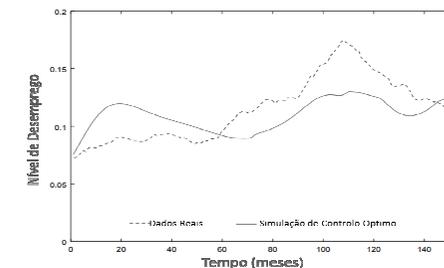
$$5000000 \leq U(150) + E(150) \leq 8000000$$

Resultados

Níveis de emprego/desemprego e controlos:



Comparação da utilização do controlo ótimo em relação à realidade:



Conclusões

- Foi exposto um modelo do mercado de emprego/desemprego mais adaptado à realidade portuguesa, através da reformulação dos trabalhos de Misra e Singh (2011,2013) e Munoli e Gani (2016).
- Medidas indiretas de apoio às empresas (e.g., incentivos fiscais) deverão ser o método predominante em períodos de desemprego mais severo.
- Os estágios deverão ser evitados em períodos de maior desemprego devido à inerente desvalorização da mão de obra.
- Contudo os estágios são sugeridos como uma medida útil para a criação de emprego efetivo quando o tecido empresarial diminui.
- Equacionando a aproximação real do modelo, crises de desemprego (17,8%) poderão ser evitadas com medidas alternativas de alocação de recursos.
- **Acknowledgements.** The authors were supported by CIDMA through FCT, within project UID/MAT/04106/2013.